Calculs d'intégrales – Solutions

Exercice 2 – Maroc 1976

1- $$\frac{1}{t(1+t)}=\frac{1+t-t}{t(1+t)}$$

$$\frac{1}{t(1+t)}=\frac{1+t}{t(1+t)}-\frac{t}{t(1+t)}$$ Donc $A=1$ et $B=-1$

$$\frac{1}{t(1+t)}=\frac{1}{t}-\frac{1}{1+t}$$

Calcul de J :

$$J=\int_1^2\frac{dt}{t(1+t)}$$

$$J=\int_1^2\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+1}\right)dt$$

$$J=\int_1^2\frac{1}{t}\,dt-\int_1^2\frac{1}{t+1}\,dt$$

$$J=\ln t\Big]_1^2-\ln(1+t)\Big]_1^2$$

$$J=\ln 2-\ln 1-\ln 3+\ln 2$$

$$J=2n2-\ln 3$$

2- $$I=\int_1^2\frac{\ln(1+t)}{t^2}\,dt$$

Intégration par partie :

$$u=\ln(1+t)\qquad v'=\frac{1}{t^2}$$

$$u'=\frac{1}{1+t}\qquad v=-\frac{1}{t}$$

$$I=-\frac{\ln(1+t)}{t}\Bigg]_1^2-\int_1^2-\frac{1}{t(1+t)dt}$$

$$I=-\frac{\ln 3}{2}+\frac{\ln 2}{1}+J$$

$$I=\ln 2-\frac{\ln 3}{2}+2\ln 2-\ln 3$$

$$I=3\ln 2-\frac{3\ln 3}{2}$$