

Classes de 1^{ère} S : polynômes du 2nd degré

Exercice 2

$$1- g(x) = \frac{x^2 - 12x + 27}{x^2 - 4x + 5}$$

$$\text{Posons } P_2(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5$$

$$\Delta = 16 - 20$$

$$\Delta = -4$$

$$\text{Donc : } \forall x \in \mathbb{R}, P_2(x) > 0 \text{ et } D_g = \mathbb{R}$$

$$2- a) g(0) = \frac{27}{5} : C_g \text{ coupe l'axe } (Oy) \text{ au point de coordonnées } \left(0; \frac{27}{5}\right)$$

$$b) \text{ Posons } P_1(x) = x^2 - 12x + 27$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 27$$

$$\Delta = 144 - 108$$

$$\Delta = 36$$

$$\Delta = 6^2$$

$$\text{Deux racines : } x_1 = \frac{12-6}{2} = 3 \text{ et } x_2 = \frac{12+6}{2} = 9$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow P_1(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = 9$$

$$C_g \text{ coupe l'axe } (Ox) \text{ aux points de coordonnées } (3;0) \text{ et } (9;0)$$

$$\begin{aligned} c) g(x) = 1 &\Leftrightarrow \frac{x^2 - 12x + 27}{x^2 - 4x + 5} - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 - 12x + 27 - x^2 + 4x - 5}{x^2 - 4x + 5} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-8x + 22}{x^2 - 4x + 5} = 0 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{22}{8} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{11}{4} \end{aligned}$$

$$C_g \text{ coupe la droite d'équation } y = 1 \text{ au point de coordonnées } \left(\frac{11}{4}; 1\right).$$

$$\begin{aligned} 3- g(x) \geq 0 &\Leftrightarrow P_1(x) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow x \in]-\infty; 3] \cup [3; +\infty[\\ &C_g \text{ est alors au-dessus de } (Ox) \\ g(x) \leq 0 &\Leftrightarrow P_1(x) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow x \in [3; 9] \\ &C_g \text{ est alors au-dessous de } (Ox) \end{aligned}$$

$$4- \quad g(x) > 1 \quad \Leftrightarrow \frac{-8x+22}{x^2-4x+5} > 0$$

$$\Leftrightarrow -8x+22 > 0$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{11}{4}$$

C_g est alors au-dessus de d.

Lorsque $x > \frac{11}{4}$, C_g est alors au-dessous de d.