Classes de 1ère S : polynômes du 2nd degré

Exercice 1

a) Résolution de $8x^2 + x < 0$

$P(x) = 8x^2 + x$

$P(x) = x(8x+1)$

Deux racines : $x_1 = 0$ et $x_2 = -\frac{1}{8}$

Donc $P(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left]0 ; -\frac{1}{8}\right[$

b) Résolution de $4x^2 + 9 \leq 12x$

$P(x) = 4x^2 - 12x + 9$

$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 9$

$\Delta = 144 - 144$

$\Delta = 0$

$P(x) = (2x-3)^2$

Donc $P(x) \leq 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ (en fait, on a uniquement $P(x) = 0$)

c) Résolution de $-2x^2 + 11x - 12 > 0$

$P(x) = -2x^2 + 11x - 12$

$\Delta = 11^2 - 4 \times (-2) \times (-12)$

$\Delta = 121 - 96$

$\Delta = 25$

$\Delta = 5^2$

Deux racines : $x_1 = \frac{-11-5}{-4} = 4$ et $x_2 = \frac{-11+5}{-4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Donc $P(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left]\frac{3}{2} ; 4\right[$

d) Résolution de $4x^2 - 2x \geq -\frac{1}{4}$

$P(x) = 4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 4 \times \frac{1}{4}$

$\Delta = 4 - 4$

$\Delta = 0$

$P(x) = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$

Donc $P(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in IR$

e) Résolution de $\dfrac{x^2-4}{x^2-4x}$

$\dfrac{x^2-4}{x^2-4x}=\dfrac{(x-2)(x+2)}{x(x-4)}$

$Q(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2-4x}$

x	-∞ -2	0	2	4	+∞
$x-2$	-	-	-	+	+
$x+2$	-	+	+	+	+
x	-	-	+	+	+
$x-4$	-	-	-	-	+
$Q(x)$	+	-	+	-	+

Donc $Q(x)>0 \Leftrightarrow x\in\,]-\infty;-2[\,\cup\,]0;2[\,\cup\,]4;+\infty[$

f) Résolution de $\dfrac{x^2-4}{x^2-2x}>0$

$Q(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2-2x}$

$Q(x)=\dfrac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)}$

$Q(x)=\dfrac{x+2}{x}$

Donc $Q(x)>0 \Leftrightarrow x\in\,]-\infty;-2[\,\cup\,]0;2[\,\cup\,]2;+\infty[$

g) Résolution de $(3x^2-2x-4)(-2x^2+7x-10)\leq 0$

$P(x)=(3x^2-2x-4)(-2x^2+7x-10)$

$P_1(x)=3x^2-2x-4$

$\Delta=(-2)^2-4\times 3\times(-4)$

$\Delta=4+48$

$\Delta=52$

$\Delta=4\times 13$

Deux racines : $x_1=\dfrac{2-2\sqrt{13}}{6}=\dfrac{1-\sqrt{13}}{3}$ et $x_2=\dfrac{2+2\sqrt{13}}{6}=\dfrac{1+\sqrt{13}}{3}$

$P_2(x)=-2x^2+7x-10$

$\Delta=(-7)^2-4\times(-2)\times(-10)$

$\Delta=49-80$

$\Delta=-31$

Pas de racine ! Donc : $\forall x\in IR, P_2(x)<0$

Donc $P(x)\leq 0 \Leftrightarrow P_1(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\in\,]-\infty;x_1[\,\cup\,]x_2;+\infty[$

h) Résolution de $\dfrac{5x^2-3x-14}{7x^2-8x+12} \geq 0$

$Q(x)=\dfrac{5x^2-3x-14}{7x^2-8x+12}$

$P_1(x)=5x^2-3x-14$

$\Delta=(-3)^2-4\times 5\times(-14)$

$\Delta=9+280$

$\Delta=289$

$\Delta=17^2$

Deux racines : $x_1=\dfrac{9-17}{10}=-\dfrac{8}{10}=-\dfrac{4}{5}$ et $x_2=\dfrac{9+17}{10}=\dfrac{26}{10}=\dfrac{13}{5}$

$P_2(x)=7x^2-8x+12$

$\Delta=(-8)^2-4\times 7\times 12$

$\Delta=64-336$

$\Delta=-272$

Pas de racine, donc $\forall x\in IR, P_2(x)>0$

Donc $Q(x)\geq 0 \Leftrightarrow P_1(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\in \left]-\infty;-\dfrac{4}{5}\right[\cup \left]\dfrac{13}{5};+\infty\right[$