Classe de 1ère S : géométrie dans l'espace

Correction

Exercice 1

1- $A(3;0;0)$ $B(0;2;1)$ $C(-1;0;1)$.
Calcul des coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
$\overrightarrow{AB}(-3;2;1)$
$\overrightarrow{AC}(-4;0;1)$
On a donc : $z_{\overrightarrow{AB}} = z_{\overrightarrow{AC}}$, mais $y_{\overrightarrow{AB}} \neq y_{\overrightarrow{AC}}$
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont donc pas colinéaires : les points *A, B*, et *C* ne sont pas alignés.

2- $D(9;4;-1)$
$\overrightarrow{AD}(6;4;-1)$
Peut-on trouver deux réels *α* et *β* tels que : $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$?

$$\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = -3\alpha - 4\beta \\ 4 = 2\alpha \\ -1 = \alpha + \beta \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = -3 \end{cases}$$

Le point *D* appartient donc au plan (ABC).

3- Soit $K(0;0;1)$
Peut-on trouver deux réels *α* et *β* tels que : $\overrightarrow{OK} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$?

$$\overrightarrow{OK} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -3\alpha - 4\beta \\ 0 = 2\alpha \\ 1 = \alpha + \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = -3\alpha - 4\beta \\ 0 = 2\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 0 \end{cases}, \text{ mais } \alpha + \beta \neq 1$$

Il est donc impossible de trouver deux réels *α* et *β* vérifiant la condition initiale.
L'axe $(O,\vec{k})$ n'est donc pas parallèle au plan (ABC).
Soit M l'intersection de $(O,\vec{k})$ et (ABC). Les coordonnées de *M* sont donc de la forme : $M(0;0;z)$, puisque $M \in (O,\vec{k})$. On a donc :
$\overrightarrow{AM}(-3;0;z)$
Par définition de *M*, il existe *α* et *β* deux réels tels que : $\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -3\alpha - 4\beta \\ 0 = 2\alpha \\ z = \alpha + \beta \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = \dfrac{3}{4} \\ z = \dfrac{3}{4} \end{cases}$$

Les coordonnées sont : $M\left(0;\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right)$.